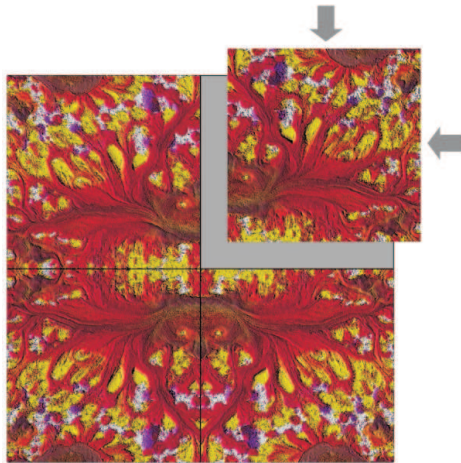


# A Die Vielfalt der Füllmuster



Parkettierungen sind lückenlose und überlappungsfreie Bedeckungen der Ebene mit entsprechend geformten Platten oder Kacheln. Die einfachsten Formen sind Dreiecke und Vierecke. Diese können regelmäßig (reguläre Parkettierung) oder unregelmäßig sein. Doch bereits beim Fünfeck gibt es Probleme, denn mit einem regelmäßigen Fünfeck lässt sich die Ebene nicht mehr lückenlos überdecken.

Das liegt daran, dass eine Grundbedingung verletzt ist: in jedem Scheitelpunkt treffen  $k$  viele  $n$ -Ecke zusammen, d.h. die Winkelsumme im  $n$ -Eck ist  $n \cdot 360^\circ / k$ . Andererseits hat jedes  $n$ -Eck eine Winkelsumme von  $(n - 2) \cdot 180^\circ$  (Beweis induktiv durch Zerlegung des  $n$ -Ecks in Dreiecke). Gleichsetzen ergibt die Bedingung  $1/n + 1/k = 1/2$ .

Für das regelmäßige Fünfeck ist das nicht möglich, da es keine natürliche Zahl  $k$  gibt, so dass diese Bedingung erfüllt ist. Dennoch gibt es viele Möglichkeiten, die Ebene mit *unregelmäßigen* Fünfecken zu überdecken.

Das regelmäßige Sechseck erlaubt wieder eine Parkettierung, wie man beim Bienenwabenmuster sehen kann. Doch damit hat man schon alle regelmäßigen  $n$ -Ecke erfasst, mit denen Parkettierungen gelingen.

Es gibt Parkettierungen mit nur *einer* Grundform (einsteinig oder monohedral) oder solche mit *mehreren verschiedenen* Grundformen ( $n$ -steinig oder  $n$ -hedral). Doch die wichtigste Unterscheidung ist die, ob eine Parkettierung periodisch oder nicht-periodisch ist. Periodisch nennt man eine Überdeckung genau dann, wenn es eine Translation der Ebene gibt, die das Muster in sich überführt.

## Übersicht

A.1	Periodische Parkettierungen . . . . .	328
A.2	Nichtperiodische Parkettierungen . . . . .	332
A.3	Parkettierungen der hyperbolischen Ebene . . . . .	337