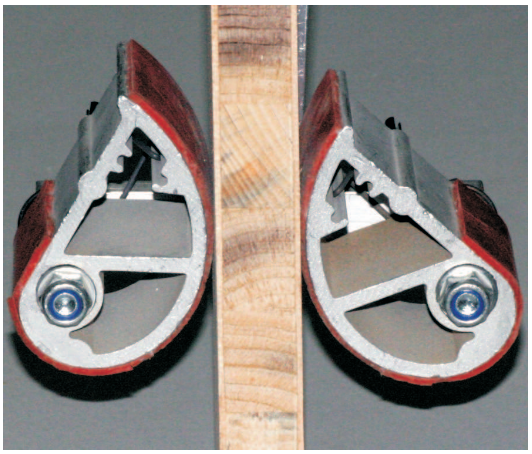
4 Gekrümmt und doch einfach



In diesem Kapitel besprechen wir die Krümmungstheorie ebener Kurven und Raumkurven sowie die von der Raumvorstellung am einfachsten zu erfassenden gekrümmten Flächen des Raums, die Kugel und die Zylinderflächen. Diese unterscheiden sich in einer Hinsicht grundlegend von einander. Die Kugel ist „doppelt gekrümmt“, die Zylinderflächen sind hingegen nur „einfach gekrümmt“.

Trotz der doppelten Krümmung wird die Kugel aus zwei Gründen bevorzugt an erster Stelle behandelt: Sie ist sehr einfach zu definieren (und auch vorzustellen), und sie spielt bei vielen weiteren geometrischen Überlegungen eine zentrale Rolle. So ist jeder ebene Kugelschnitt ein Kreis, und zwei Kugeln schneiden sich immer nach einem Kreis.

Zunächst brauchen wir die Theorie der ebenen Kurven bzw. Raumkurven. Hier geht es um Krümmung bzw. Torsion. Mit Hilfe von Kurven kann man Flächen erzeugen. Die Kugel entsteht z.B. durch Rotation eines Kreises um einen seiner Durchmesser, Zylinderflächen werden beim Parallelverschieben von Geraden überstrichen. Die Bilder aller Flächenkurven hüllen den Umriss der Fläche ein. Ist dieser Umriss bei jeder Projektion geradlinig, ist die Fläche abwickelbar. Nur solche Flächen kann man ohne Deformation in die Ebene ausbreiten (abwickeln).

Der ebene Schnitt eines Drehzylinders ist eine Ellipse, die bei Abwicklung in eine Sinuskurve übergeht. Der Schnitt zweier Drehzylinder ist in der Regel eine allgemeine Raumkurve, kann aber unter gewissen Umständen in Ellipsen zerfallen.

Übersicht