$$F = G \Rightarrow m\,r\,\omega^2 = m\,g \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{r}} = \sqrt{\frac{10\,\mathrm{m/s^2}}{(10+14\,\cos 45^\circ)\,\mathrm{cm}}} \approx \sqrt{\frac{10\,\mathrm{m}}{0{,}2\,\mathrm{m\,s^2}}} \approx \frac{7}{\mathrm{s}}$$

Die Kugeln drehen sich also etwas schneller als einmal pro Sekunde um die Achse (bei $\omega = \frac{2\pi}{\mathrm{s}}$ wäre es genau einmal). Das Ergebnis ist offensichtlich von der Kugelmasse unabhängig (vgl. Anwendung S. 98).

Steigert man die Winkelgeschwindigkeit, wird die Sache komplizierter. Auf Grund der Trägheit werden die Kugeln „nachhinken“ und dann stärker als der Rest des Systems beschleunigt. Dies bewirkt kurzfristig eine überhöhte Fliehkraft, welche die Kugeln ein Stückchen zu weit „anhebt“. Ist die Zusatzbeschleunigung zu Ende, stellt sich wieder ein Gleichgewicht ein. In den Computersimulationen in Abb. 4.4 sind solche instabilen Momentaufnahmen zu sehen. Bei konstanter Winkelgeschwindigkeit treffen die gedachten Verlängerungen der Kette die Drehachse in einem festen Punkt!

Anwendung: Warum fliegt ein Flugzeug? (Abb. 4.5)

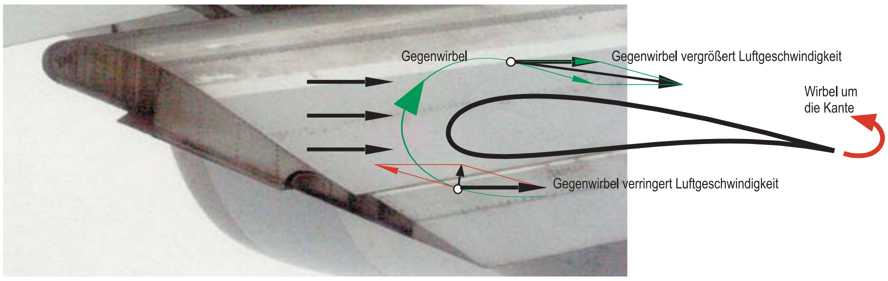

Abb. 4.5 Warum ein Flugzeug fliegt

Lösung:
Das Tragflügelprofil (bei schnelleren Flugzeugen meist symmetrisch, bei langsamen nach oben gekrümmt) hat hinten eine scharfe Kante. Beim „Anstellen“ gegen den Wind entsteht dort ein Wirbel gegen den Uhrzeigersinn, der stark von der Geschwindigkeit v abhängt. (Flugzeuge mit symmetrischen Profilen haben für die Langsamflugphasen ausfahrbare Landeklappen, welche die beschriebene Wirbelbildung verstärken.)

Abb. 4.6 Flügelbewegungen beim Schmetterling (mittlere Frequenz)

Nach dem *Satz von der Erhaltung des Drehimpulses* entsteht um das Profil herum ein Wirbel im Uhrzeigersinn (Geschwindigkeit dem Betrag nach Δv). Bei zu großem Anstellwinkel reißt die Strömung ab und das Flugzeug sinkt unkontrolliert ab.
Längs des Gegenwirbels gibt es nun in jedem Punkt einen (nach Definition gerichteten und orientierten) Geschwindigkeitsvektor $\overrightarrow{\Delta v}$. Der Summenvektor $\overrightarrow{v} + \overrightarrow{\Delta v}$ ist an der Oberseite dadurch größer als an der Unterseite. Nach dem *Aerodynamischen Paradoxon* entsteht an der Seite der höheren Geschwin-

digkeit ein Unterdruck, also eine Auftriebskraft. Und die bewirkt, dass sich das Flugzeug in der Luft halten kann.

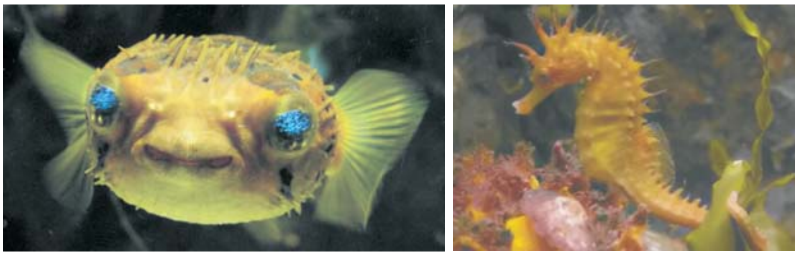

Abb. 4.7 Flossenbewegungen bei vergleichsweise niedrigen Frequenzen

Eine vereinfachte Erklärung, die gelegentlich zu finden ist, lautet: Der Weg der Luft an der Oberseite ist länger als der Weg an der Unterseite, daher muss oben eine größere Geschwindigkeit auftreten. Diese Erklärung ist zu simpel[1].
Flugfähige Tiere – wie die Schmetterlinge – erzeugen die notwendigen Wirbel übrigens durch synchrones Verdrehen ihrer Flügel (Abb. 4.6).

Bei sehr hoher Flügelschlagfrequenz verhält sich Luft wie ein dichteres Medium, und Fluginsekten können sich – ähnlich wie Wassertiere (Abb. 4.7) mittels Wasserwiderstand – an verdichteten Luftpolstern abstoßen.
Flugzeuge gleiten mit hoher Geschwindigkeit auf Luftpolstern, ähnlich wie – bei viel geringerer Geschwindigkeit – die Bodysurferin im Bild links.

Vektorsubtraktion, Richtungsvektor

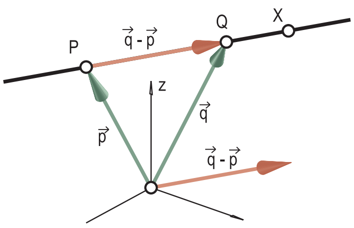

Abb. 4.8 Vektorsubtraktion

Seien wieder $\vec{p}$ und $\vec{q}$ die Ortsvektoren zu zwei Punkten P und Q (Abb. 4.8). Der Richtungsvektor $\overrightarrow{PQ}$ ist durch den Differenzvektor

$$\overrightarrow{PQ} = \vec{q} - \vec{p} = \begin{pmatrix} q_x - p_x \\ q_y - p_y \\ q_z - p_z \end{pmatrix} \tag{4.4}$$

(„Spitze minus Schaft“) gegeben.

Anwendung: Abstand zweier Punkte

Der Abstand $\overline{PQ}$ zweier Punkte P und Q ergibt sich als *Länge des Differenzvektors* $\overrightarrow{PQ}$.

Skalieren eines Vektors

Das Produkt des Vektors mit einer reellen Zahl λ (einem „Skalar“) bewirkt die Skalierung aller Komponenten:

$$\lambda\vec{p} = \vec{p}\lambda = \begin{pmatrix} \lambda\, p_x \\ \lambda\, p_y \\ \lambda\, p_z \end{pmatrix}. \tag{4.5}$$

[1] Zu einer Vielzahl von theoretischen Berechnungen des Flugzeugbaus siehe auch `www.fh-hamburg.de/pers/Scholz/arbeiten/TextGroencke.pdf`